

## СТАНОВИЩЕ

от проф. дмн Светозар Димитров Маргелов, ИИКТ – БАН,  
член на Научно жури за защита на дисертация за придобиване на образователна и  
научна степен “доктор”, утвърдено със заповед № 88/12.06.2013 г. на Директора на  
ИИКТ – БАН

**ОТНОСНО:** дисертация на Мария Димитрова Лимбъри на тема “Оптимални многонивови методи за конформни квадратични, биквадратични и бикубични крайни елементи”, представена за придобиване на образователна и научна степен “доктор” по научна специалност 01.01.09 “Изчислителна математика” в професионално направление 4.5. “Математика”

Представената дисертация “Оптимални многонивови методи за конформни квадратични, биквадратични и бикубични крайни елементи” от Мария Лимбъри е в обем от 131 страници. Тя се състои от увод, четири глави, заключение и библиография, в това число 34 фигури и 19 таблици. Библиографията включва 75 заглавия, от които три на български и 69 на английски език, обхващащи периода 1952 – 2012 год. Основните научни и научно-приложни резултати се съдържат в последните три глави.

Целта на дисертацията е разработването и изследването на алгебрични многонивови итерационни методи от тип AMLI, които имат оптимална изчислителна сложност за елиптични гранични задачи от втори ред, описвани с частни диференциални уравнения и дискретизирани с метода на крайните елементи.

В увода е представено съвременното състояние на изследванията по темата на дисертацията и е обоснована нейната актуалност. Специално внимание е отделено на методологията на изследване, в основата на която са понятията изчислителна сложност, робастност за силно анизотропни задачи и скорост на сходимост за задачи с голяма размерност.

Глава 1 има въвеждащ характер. Тя включва основни дефиниции и резултати от теория на метода на крайните елементи, метода на спрегнатия градиент с преобуславяне, обобщения метод на спрегнатия градиент с преобуславяне и алгебричните многонивовите методи от тип AMLI, в това число локални техники за конструиране и анализ на преобусловители и условия за оптималност.

Глава 2 е посветена на конструиране и изследване на юрархични разделяния на базиса за триъгълни квадратични крайни елементи. Получените резултати са на базата на локален макроелементен анализ. Показана е еквивалентност между мрежовата и коефициентната анизотропия. Изследвани са три типа юрархични разделяния, като е получена характеризация на условията за тяхната оптималност, в зависимост от ѡглите на макроелемента (мрежова анизотропия). За случая на ортотропни задачи са получени равномерни оценки на константата в усиленото неравенство на Коши-Буняковски-Шварц (КБШ), както и робастен оптимален метод за решаване на системите с главния блок на двунивовото представяне на матрицата на коравина.

В следващата трета глава са изследвани юрархични разделяния на базиса за биквадратични и бикубични крайни елементи. Стратегията за сгъстяване (агрегиране) на мрежата следва последователно или алтернативно направленията на декартовата

координатна система. Така се получават съответно алгоритми от тип SC AMLI с равномерно и балансирано сгъстяване на мрежата. На базата на локален макроелементен анализ са получени оценки за константата на КБШ, които са равномерни относно мрежовата и коефициентна ортотропия. Получена е характеризация на класове робастни AMLI алгоритми за различни стойности на параметъра на сгъстяване на мрежата и възможните степени на стабилизирана матричен полином.

Глава 4 е посветена на изследване на AMLI методи, използващи адитивна локална апроксимация на допълнението на Шур при нейерархично разделяне на базиса за квадратични триъгълни крайни елементи. Представените резултати съдържат принципно нови идеи и алгоритмични конструкции. Получени са нови нелокални оценки, което е свързано с преодоляване на нови съществени трудности. За пръв път е получен робастен AMLI метод за квадратични крайни елементи при анизотропни задачи с доминиращо направление на анизотропия, което не е съгласувано с мрежата на дискретизация. Представени са интересни резултати от числени експерименти за нелинеен AMLI метод с W цикъл на стабилизация. Изследвана е ролята на поточков и блочен изглаждащ оператор от тип Гаус-Зайдел.

Приемам представените в заключението основни научни и научно-приложни приноси:

- Изследвани са критериите за оптималност на многонивов метод за елиптични гранични задачи от втори ред, дискретизирани с квадратични конформни елементи. За случая на ортотропна коефициентна матрица е получена равномерна оценка на константата на КБШ. Построен е преобусловител за водещия диагонален блок и е доказана неговата оптималност.
- Изследвани са методи от тип SC AMLI за преобуславяне на ортотропни елиптични задачи, дискретизирани с биквадратични и бикубични елементи. Доказани са оценки за константата на КБШ, които са равномерни по отношение на броя на нивата на сгъстяване, скоковете на коефициентите, както и мрежовата и/или коефициентна анизотропия. Показано е, че водещите диагонални блокове са обобщени лентови матрици с равномерно ограничена ширина на полулентата, като по този начин са получени многонивови преобусловители с оптимална изчислителна сложност.
- Предложен е и е изследван нов клас оптимални методи от тип AMLI за преобуславяне на системи, получени при дискретизация на силно анизотропни елиптични задачи с квадратични триъгълни крайни елементи. В основата на предложения подход е адитивна апроксимация на допълнението на Шур. Доказани са равномерни оценки от които следва оптималната сложност на метода. Изследвани са задачи, при които направлението на доминираща анизотропия не е съгласувано с мрежата.
- Изследваните методи и алгоритми са реализирани програмно. Представените резултати от числени експерименти потвърждават тяхната оптималност, както и асимптотичната точност на доказаните оценки.

В качеството си на научен ръководител, изразявам удовлетворението си от съвместната работа с Мария Димитрова Лимбъри, както в рамките на изпълнение на индивидуалния план за работа, така и в процеса на написването на настоящия дисертационен труд. Материали включени в дисертацията са публикувани в авторитетни специализирани научни издания, в това число две статии във водещи

списания с „импакт фактор“. Известни са ми две цитирания на публикации, включени в дисертацията.

В заключение, оценявам високо извършената работа и представените в дисертацията научни и научно-приложни резултати. Убедено препоръчвам на научното жури да присъди на Мария Димитрова Лимбъри образователната и научна степен “доктор” по научна специалност 01.01.09 “Изчислителна математика” в професионално направление 4.5. “Математика”.

5 август 2013 г.

София